

一种平纹编织复合材料的三维通用单胞模型

胡殿印^{1,2,3}, 杨尧¹, 郭小军⁴, 张龙¹, 王荣桥^{1,2,3}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191;

3. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191;

4. 中国航空发动机集团有限公司 湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘 要: 为了解决采用通用单胞(GMC)方法开展编织复合材料多尺度模拟的技术难题,发展了一种三维通用单胞模型,可用于二维平纹编织复合材料的多尺度模拟。概述了三维通用单胞方法的基本理论和求解流程;基于对二维平纹编织复合材料细观结构特征分析,建立了其三维通用单胞模型,并通过与传统有限元单胞模型的宏细观力学响应分析计算结果对比,验证了所建模型的正确性。采用基于通用单胞模型的有限元多尺度模拟方法,开展了二维平纹编织复合材料平板试件的模态分析。与试验结果对比表明,采用所建立的通用单胞模型预测得到的前五阶固有频率绝大部分的精度较传统有限元方法有了明显提升。该方法的优势在于可以基于通用单胞模型开展多尺度模拟,进而研究宏细观力学响应的相互关联。

关键词: 复合材料; 平纹编织; 多尺度模拟; 模态分析; 通用单胞模型

中图分类号: V214.8

文献标志码: A

A 3D general method of cells model for plain weave composites

HU Dianyin^{1,2,3}, YANG Yao¹, GUO Xiaojun⁴,
ZHANG Long¹, WANG Rongqiao^{1,2,3}

(1. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

3. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;

4. Hunan Aviation Powerplant Research Institute,

Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou Hunan 412002, China)

Abstract: In order to solve the technical difficulty of applying the general method of cells (GMC) to develop braided composites' multiscale simulation, a 3D GMC model used to multiscale simulation for 2D plain weave composites were developed. The basic theory and solution flow of the 3D GMC were outlined. Then, on the basis of the study on the meso-structural characteristics of 2D plain weave composites, its 3D GMC model was established. The correctness of the model was verified by comparison with the calculated macro- and meso-mechanical responses of the traditional finite element unit cell model. The GMC-based finite

收稿日期:2018-07-09

基金项目:国家自然科学基金(51811540406,51675024);航空动力基金(6141B090314)

作者简介:胡殿印(1980—),女,教授,博士,研究方向为航空发动机结构强度及可靠性。E-mail:hdy@buaa.edu.cn

引用格式:胡殿印,杨尧,郭小军,等.一种平纹编织复合材料的三维通用单胞模型[J].航空动力学报,2019,34(3):608-615. HU Dianyin, YANG Yao, GUO Xiaojun, et al. A 3D general method of cells model for plain weave composites[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(3): 608-615.

element multiscale simulation was performed on the modal analysis of 2D plain weave composites flat specimen. The test data revealed that the accuracy of the most of the first five natural frequencies predicted by the GMC model was significantly improved compared with the traditional finite element method. The advantage of this study is that multiscale simulation can be performed on the basis of the proposed 3D GMC model, helping to reveal the interaction between macro- and meso- mechanical response.

Key words: composites; plain weave; multiscale simulation; modal analysis; general method of cells model

复合材料具有高比模量、高比强度、振动特性好等突出特点,在航空航天领域得到越来越多的应用,如 LEAP-1X 发动机的风扇叶片与高压涡轮衬套,分别采用树脂基复合材料和陶瓷基复合材料。编织复合材料相对于单向纤维增强或层合板复合材料而言,具有突出的面外力学性能优势^[1],更适用于承受复杂载荷状态的航空发动机部件。我国在研的某型发动机的涡轮导向叶片,采用的正是二维平纹编织陶瓷基复合材料。

编织复合材料在细观上由纤维束和基体组成,其力学行为远比金属材料复杂,为此国内外研究机构开展了大量的理论和试验研究。在理论模型方面,Chaboche 等^[2]、LI Jun 等^[3-4]采用宏观唯象的连续介质损伤力学模型描述陶瓷基复合材料的应力应变关系,宏观唯象模型的优点是更容易应用于多轴和非比例加载等复杂载荷状态下的结构变形行为模拟。但由于编织复合材料在细观尺度上的复杂性,为了建立宏细观力学响应之间的相互关联,需要开展多尺度研究,如 Ismar 等^[5]、Lomov 等^[6]、卢子兴等^[7]、方国东^[8]通过提取编织复合材料的几何单胞,基于细观组分特性预测了材料的宏观力学性能。复合材料的多尺度研究中常用到的基本理论方法包括刚度平均法^[9]、通用单胞方法^[10]、细观力学有限元法^[11-12]、渐进均匀化方法^[13-14]等。

通用单胞方法 (general method of cells, GMC)最早由 Aboudi 等^[15]提出,Bednarczyk、Arnold 和 Nemeth 等^[16-22]在通用单胞模型与商用有限元软件结合方面做了大量的研究工作,加强了通用单胞模型的适用性,将通用单胞模型广泛地用于复合材料研究的各个领域,不仅可以进行复合材料结构多尺度渐进损伤模拟^[20],还可以用于考虑组分强度的复合材料结构多尺度渐进损伤模拟^[21]。高希光和孙志刚^[23-24]研究了通用单胞模型的算法改进策略,并提出了高精度四边形子胞模型,其子胞形状不再限制于矩形形式,因此几何

划分能力更强,相比于传统的通用单胞模型,可以降低子胞数量需求,提高计算效率。此外,通用单胞方法已经延伸应用到了复合材料以外的领域,如 Moghaddam 等^[25]将通用单胞模型用于 γ' 相体积分数对 CMSX-4 单晶材料的宏观力学性能影响研究。Herakovitch 等^[26]将通用单胞模型用于孔隙形状、孔隙率等因素对多孔材料的宏观力学性能影响研究。

虽然二维和三维形式的通用单胞模型理论研究都已经较为成熟,但是编织复合材料的细观结构极为复杂,对其进行三维长方体子胞的几何划分较困难。目前尚缺乏编织复合材料的三维通用单胞模型研究,国内外学者主要还是采用二维通用单胞模型研究单向长纤维增强复合材料的力学响应,而三维通用单胞模型则主要用于研究颗粒/短纤维增强复合材料。Bednarczyk 等^[18]将编织复合材料划分成多层结构,即处理为层合板,进而又将每一层内划分为多个二维矩形子胞,其本质上还是在采用二维通用单胞模型来研究编织复合材料的力学响应,这种处理方式导致模拟预测精度较低。

综上所述,通用单胞方法是开展复合材料多尺度模拟的有力工具,但几何符合度好和计算精度高的编织复合材料的三维通用单胞模型仍然有待研究。本文以二维平纹编织陶瓷基复合材料为背景,建立了一种三维通用单胞模型,并进行了模型验证和多尺度算例分析,但本文模型的应用范围不局限于陶瓷基复合材料,可用于任何二维平纹编织复合材料及其结构件的多尺度模拟。

1 通用单胞方法

Aboudi 等^[10]先后发展了二维 2×2 子胞方法、二维通用单胞方法和三维通用单胞方法,各种方法的基本思路类似,只是随着子胞数量和维数的增加,推导过程和结果更加复杂。本文旨在发展平纹编织复合材料的三维通用单胞模型,下面

先介绍三维通用单胞方法的基本理论。

如图1所示的三维通用单胞模型,用 (x_1, x_2, x_3) 表示总体坐标系,在 x_1, x_2, x_3 方向分别采用 $N_\alpha, N_\beta, N_\gamma$ 个长方体子胞对单胞(repeating unit cell, RUC)进行几何划分。单胞在 x_1, x_2 和 x_3 方向的边长分别用 d, h 和 l 表示,序号为 α, β, γ 的子胞在 x_1, x_2 和 x_3 方向的边长分别用 d_α, h_β 和 l_γ 表示。以每个子胞的中心为坐标原点建立局部坐标系 $(\bar{x}_1^{(\alpha)}, \bar{x}_2^{(\beta)}, \bar{x}_3^{(\gamma)})$, α, β, γ 分别表示该子胞在总体坐标系 x_1, x_2, x_3 方向的序号。

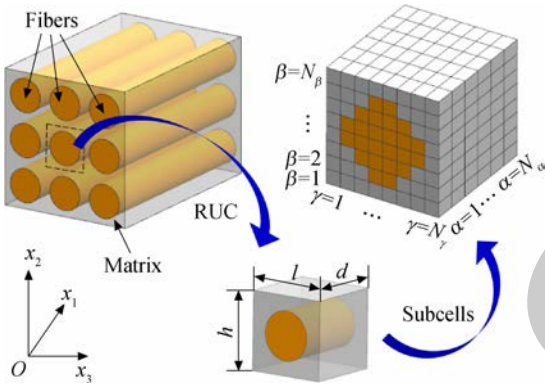


图1 三维通用单胞模型

Fig.1 3D GMC model

首先,采用体积平均方法建立宏观单胞应力/应变 $(\bar{\sigma}/\bar{\epsilon})$ 和细观子胞应力/应变 $(\sigma^{(\alpha\beta\gamma)}/\epsilon^{(\alpha\beta\gamma)})$ 的关系如式(1)和式(2)所示,式中 V 和 $v_{\alpha\beta\gamma}$ 分别表示单胞和子胞的体积。

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} v_{\alpha\beta\gamma} \sigma^{(\alpha\beta\gamma)} \quad (1)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} v_{\alpha\beta\gamma} \epsilon^{(\alpha\beta\gamma)} \quad (2)$$

其中子胞的应力应变关系是已知的,如式(3)和式(4)所示,式中 $\mathbf{C}^{(\alpha\beta\gamma)}$ 表示子胞材料刚度矩阵,上标 i 和 t 分别表示非弹性项和热效应项。

$$\epsilon_{ij}^{(\alpha\beta\gamma)} = \frac{1}{2} (\partial_j u_i^{(\alpha\beta\gamma)} + \partial_i u_j^{(\alpha\beta\gamma)}) \quad (3)$$

$$\sigma^{(\alpha\beta\gamma)} = \mathbf{C}^{(\alpha\beta\gamma)} (\epsilon^{(\alpha\beta\gamma)} - \epsilon^i{}^{(\alpha\beta\gamma)} - \epsilon^t{}^{(\alpha\beta\gamma)}) \quad (4)$$

然后,根据位移/应力连续条件,即相邻子胞之间在共同表面的位移/应力连续,以及相邻单胞之间在共同表面的位移/应力连续,必要时还可能需要用到平衡方程,可以建立细观子胞应变与宏观单胞应变之间的关系(式(5)),式中 $\mathbf{A}^{(\alpha\beta\gamma)}$ 和 $\mathbf{D}^{(\alpha\beta\gamma)}$ 是子胞的应变集中系数矩阵,取决于单胞的几何划分形式和各子胞的材料性能。

$$\epsilon^{(\alpha\beta\gamma)} = \mathbf{A}^{(\alpha\beta\gamma)} \bar{\epsilon} + \mathbf{D}^{(\alpha\beta\gamma)} (\epsilon_s^i + \epsilon_s^t) \quad (5)$$

最后,将式(5)代入式(1),即可得到宏观单胞的应力应变关系

$$\bar{\sigma} = \mathbf{B} (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}^i - \bar{\epsilon}^t) \quad (6)$$

其中 $\mathbf{B}$ 为宏观等效刚度矩阵

$$\mathbf{B} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} v_{\alpha\beta\gamma} \mathbf{C}^{(\alpha\beta\gamma)} \mathbf{A}^{(\alpha\beta\gamma)} \quad (7)$$

$\bar{\epsilon}^i$ 与 $\bar{\epsilon}^t$ 为宏观非弹性应变与热应变,分别为

$$\bar{\epsilon}^i = \frac{\mathbf{B}^{-1}}{V} \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} v_{\alpha\beta\gamma} \mathbf{C}^{(\alpha\beta\gamma)} (\mathbf{D}^{(\alpha\beta\gamma)} \epsilon_s^i - \epsilon_s^{i(\alpha\beta\gamma)}) \quad (8)$$

$$\bar{\epsilon}^t = \frac{\mathbf{B}^{-1}}{V} \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} v_{\alpha\beta\gamma} \mathbf{C}^{(\alpha\beta\gamma)} (\mathbf{D}^{(\alpha\beta\gamma)} \epsilon_s^t - \epsilon_s^{t(\alpha\beta\gamma)}) \quad (9)$$

采用通用单胞方法对宏细观场量进行增量迭代求解,假设在某一增量步中,给定宏观应变增量为 $\Delta \bar{\epsilon}$,宏细观场量的更新流程如下:

- 1) 采用式(5),根据 $\Delta \bar{\epsilon}$ 计算细观的子胞应变增量 $\Delta \epsilon^{(\alpha\beta\gamma)}$;
- 2) 采用式(4),更新子胞应力应变状态,进行子胞的损伤演变与刚度退化,更新式(5)中的 $\mathbf{A}^{(\alpha\beta\gamma)}$ 和 $\mathbf{D}^{(\alpha\beta\gamma)}$;
- 3) 采用式(7)、式(8)与式(9),更新宏观等效刚度矩阵、非弹性应变与热应变;
- 4) 采用式(6),更新宏观应力;
- 5) 继续下一个增量步。

通用单胞方法分为普通的和高精度的通用单胞方法,其主要区别在于式(3)中的位移场函数。普通的通用单胞方法采用线性的位移场函数,如式(10)所示 $u_{i(1)}^{(\alpha\beta\gamma)}$,式中 $w_i^{(\alpha\beta\gamma)}(x)$ 为宏观位移, $\chi_i^{(\alpha\beta\gamma)}$ 、 $\phi_i^{(\alpha\beta\gamma)}$ 和 $\psi_i^{(\alpha\beta\gamma)}$ 待求系数,得到子胞内的应力/应变为常量;高精度通用单胞方法对位移场函数进行了高阶扩展,如式(11)所示 $u_{i(2)}^{(\alpha\beta\gamma)}$,式中 $\bar{\epsilon}_{ij} x_j$ 为宏观位移, $W_i^{(\alpha\beta\gamma)}$ 为待求系数,得到子胞内的应力/应变为线性函数。因此,基于高精度通用单胞方法确定的应力/应变场更准确。

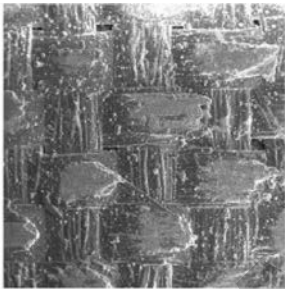
$$u_{i(1)}^{(\alpha\beta\gamma)} = w_i^{(\alpha\beta\gamma)}(x) + \bar{x}_1^{(\alpha)} \chi_i^{(\alpha\beta\gamma)} + \bar{x}_2^{(\beta)} \phi_i^{(\alpha\beta\gamma)} + \bar{x}_3^{(\gamma)} \psi_i^{(\alpha\beta\gamma)} \quad (10)$$

$$u_{i(2)}^{(\alpha\beta\gamma)} = \bar{\epsilon}_{ij} x_j + W_{i(000)}^{(\alpha\beta\gamma)} + \bar{x}_1^{(\alpha)} W_{i(100)}^{(\alpha\beta\gamma)} + \bar{x}_2^{(\beta)} W_{i(010)}^{(\alpha\beta\gamma)} + \bar{x}_3^{(\gamma)} W_{i(001)}^{(\alpha\beta\gamma)} + \frac{1}{2} \left(3 \bar{x}_1^{(\alpha)2} - \frac{d_\alpha^2}{4} \right) W_{i(200)}^{(\alpha\beta\gamma)} + \frac{1}{2} \left(3 \bar{x}_2^{(\beta)2} - \frac{h_\beta^2}{4} \right) W_{i(020)}^{(\alpha\beta\gamma)} + \frac{1}{2} \left(3 \bar{x}_3^{(\gamma)2} - \frac{l_\gamma^2}{4} \right) W_{i(002)}^{(\alpha\beta\gamma)} \quad (11)$$

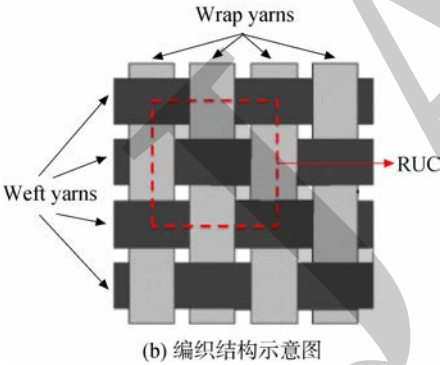
2 平纹编织复合材料的三维通用单胞模型

2.1 细观结构几何特征

文献[12]已经开展了二维平纹编织复合材料的几何特征分析和单胞建模,其内部纤维束平面结构如图 2 所示,纤维束在经向和纬向交替编织,所制备的复合材料在相互垂直的两个方向上具有纤维束进行增强。二维平纹编织的优点是编织工艺较为简单,纤维束的弯曲程度小,因此制备过程中纤维的断损率相对于三维四向编织要低。利用其细观结构的周期性特征,可提取如其图 2(b)所示的单胞研究其力学性能。



(a) 扫描电子显微镜视图



(b) 编织结构示意图

图 2 二维平纹编织复合材料

Fig. 2 2D plain weave composites

为了确定单胞内纤维束的形状,参考二维平纹编织细观结构横向截面视图,如图 3 所示^[27]。其纤维束轨迹呈现周期性的波动,并且接近于正弦曲线;纤维束截面呈扁平状,可采用 3 次样条曲线对纱线截面轮廓进行模拟^[12]。

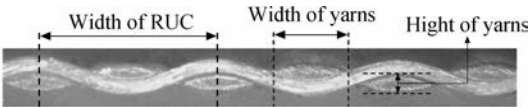


图 3 二维平纹编织复合材料横向截面视图

Fig. 3 Cross sectional view of 2D plain weave composites

基于以上分析,所建立单胞模型如图 4 所示,对应于图 2(b)中矩形标示的区域,对其进行周期性排列即可得到完整的二维平纹编织复合材料。图 4 中 H 表示单胞厚度, L 表示单胞宽度, a 表示纱线宽度, b 表示纱线厚度, c 表示纱线轨迹正弦曲线幅值。

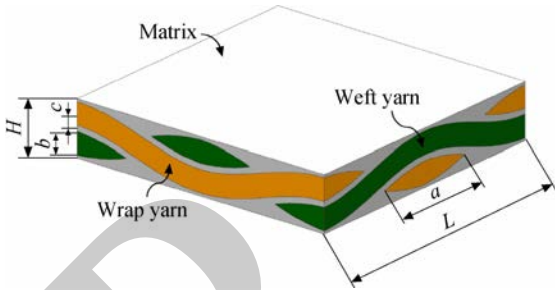


图 4 二维平纹编织复合材料的通用单胞模型

Fig. 4 GMC model of 2D plain weave composites

2.2 三维通用单胞模型

根据图 1 的研究思路,采用 $16 \times 16 \times 12$, 共 3072 个长方体子胞,对图 4 的单胞进行几何划分,得到的三维通用单胞模型如图 5 所示。图 6 为通用单胞模型、有限元单胞模型与真实结构的对比,该有限元单胞模型共包含 86 116 个四面体单元。

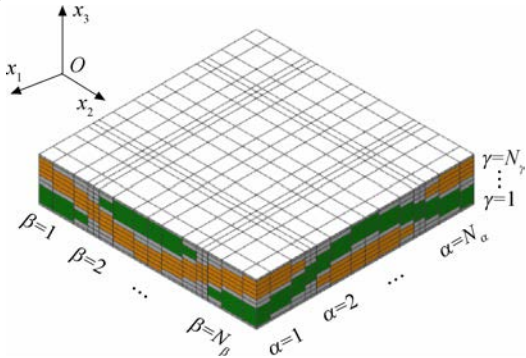


图 5 二维平纹编织复合材料的三维通用单胞模型

Fig. 5 3D GMC model of 2D plain weave composites

采用长方体子胞对该编织结构的单胞进行几何划分,所形成的纤维束外形难免呈台阶型粗糙状,如图 6(a)所示。为了尽可能地降低纤维束表面的粗糙状,可以采用更小尺寸的子胞,但这将导致子胞数量增加,增大计算量。研究表明,本文提出的该通用单胞模型可精确表征二维平纹编织复合材料。考虑到图 6(b)的有限元单胞模型已经得到了认可,因此本文以有限元单胞模型为基准,并通过与图 6(c)的真实结构对比,从以下两方面

说明本文通用单胞模型的正确性。

1) 几何符合性。该通用单胞模型的纤维束粗糙,而有限元单胞模型的纤维束表面平滑。但从图 6(c-1)可以看出,实际结构中纤维束的表面呈凹凸不平的形貌特征,不过这种形貌特征并不一定与通用单胞模型纤维束表面的台阶状吻合,因此也不能说明通用单胞模型比有限元单胞模型更接近真实结构。但是可以得出结论,通用单胞模型与有限元单胞模型存在纤维束表面是否“光滑”的区别,但两者与真实结构在几何上都存在差异。由于真实结构的纤维束表面也是凹凸不平的,因此不能以数值模型纤维束表面是否“光滑”作为其是否接近真实模型的标准,排除这一因素后,本文的通用单胞模型和有限元单胞模型与真实结构的几何符合性是相当的。

2) 宏观观力学响应计算结果。要说明该通用单胞模型的正确性,关键还是检验其宏观观力学响应的计算结果是否合理。宏观的计算结果可以与试验数据进行比对;细观的计算结果方面,由于图 6(b)的有限元单胞模型已经得到了广泛的认可,因此本文以该有限元单胞模型作为基准,对通用单胞模型的细观计算结果进行符合性验证。

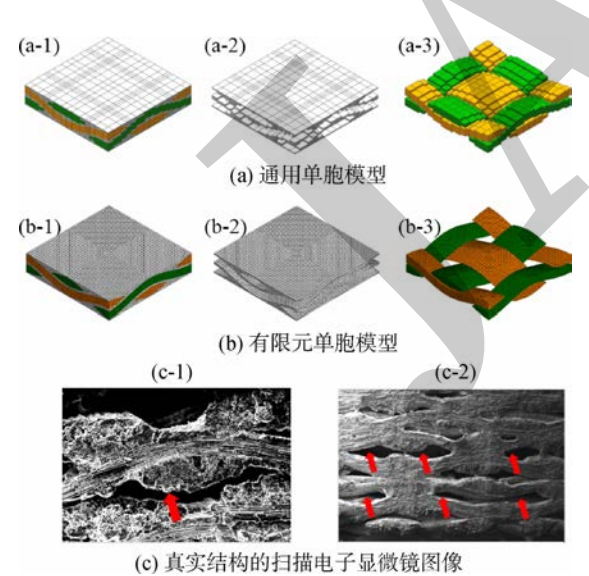


图 6 通用单胞模型、有限元单胞模型与真实结构的对比
Fig. 6 Comparison of GMC model, finite element RUC model and scanning electron microscope photograph of real structure

2.3 宏观观力学响应分析

采用图 6(a)通用单胞模型和图 6(b)的有限元单胞模型进行宏观观力学响应分析,宏观弹性常数预测结果采用作者研究团队前期的二维平纹

编织陶瓷基复合材料单调拉伸试验测试数据^[28]进行验证。数值预测结果与试验数据对比见表 1,两种方法所预测宏观弹性常数结果基本吻合,但采用通用单胞模型与有限元单胞模型拉伸模量均比试验值偏大,误差分别为 6.4% 和 7.3%,这可能是由于本文模型未考虑基体中的孔隙所致。但由于考虑孔隙后,单胞的几何结构将更为复杂,将难以建立其通用单胞模型,因此本文模型暂时不考虑基体中的孔隙。

图 7 是宏观应变量为 0.000 1 的面内拉伸与面内剪切载荷状态下两种方法的细观应力计算结

表 1 预测结果与试验结果的对比
Table 1 Comparison of predicted and experimental results

参数	数值		
	试验 ^[28]	通用单胞模型	有限元单胞模型
E_{11} /GPa	228.8	243.5	245.6
E_{22} /GPa		243.5	245.6
E_{33} /GPa		78.9	81.6
μ_{12}		0.152	0.166
μ_{13}		0.246	0.237
μ_{23}		0.246	0.237
G_{12} /GPa		75.5	78.5
G_{13} /GPa		19.4	19.7
G_{23} /GPa		19.4	19.7

注:表中 E 表示弹性模量, μ 表示泊松比, G 表示切变模量。

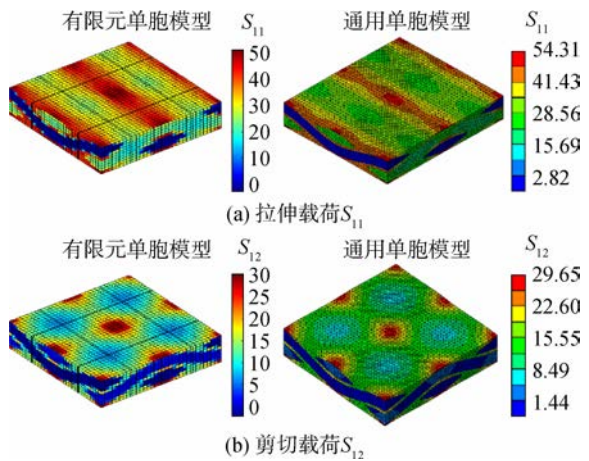


图 7 拉伸载荷和剪切载荷作用下的应力分布计算结果对比
Fig. 7 Comparison of calculated stress distribution under tension and shear loads

果对比。通用单胞方法计算出各子胞应力后,采用 Matlab 作为后处理器,通过 Griddata 插值与 Slice 绘图等命令生成云图,由于采用 Griddata 插值后,一个空间插值点代表一个子胞,则 Slice 绘图时该子胞(坐标点)的应力是一个定值,视图效果为相邻子胞之间的应力有阶跃、不连续,而实际计算结果子胞内的应力是线性的、相邻子胞之间应力连续。为了尽可能地还原真实计算结果,Griddata 插值将空间坐标点进行了加密,所以 Slice 所绘出的网格也比实际通用单胞模型的子胞更密一些,两者并不一样。从图 7 可以看出,无论细观应力大小还是分布结果,通用单胞模型都与有限元单胞模型吻合较好。本小节验证了通用单胞模型宏细观力学响应分析计算结果与传统的有限元单胞模型互相吻合。

3 多尺度分析算例

3.1 问题描述

采用文献[12]中的模态测试试验数据进行多尺度分析算例与验证,测试对象为二维平纹编织陶瓷基复合材料,试验件尺寸见图 8。试验采用悬挂锤击模态试验法测试了其前五阶固有频率,本节将分别采用基于通用单胞模型的有限元法和传统的有限元单胞法对其进行模态分析,并与试验数据进行对比。

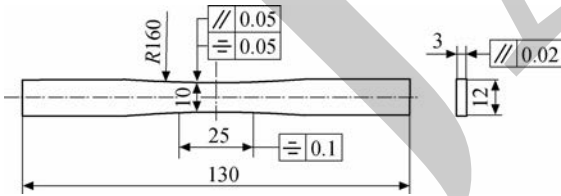


图 8 试验件尺寸(单位:mm)

Fig. 8 Dimensions of the specimen (unit:mm)

3.2 模拟方法

基于通用单胞模型的有限元多尺度模拟思路如图 9 所示,在该有限元模型的每一个单元积分点处调用通用单胞模型程序,实现宏观积分点力学参数与细观纤维束/基体子胞力学参数之间的相互传递。

基于通用单胞模型的有限元法和传统的有限元法区别在于:前者材料参数输入来自通用单胞模型中纤维束和基体;而后者在积分点不调用任何程序,直接采用宏观等效材料参数。

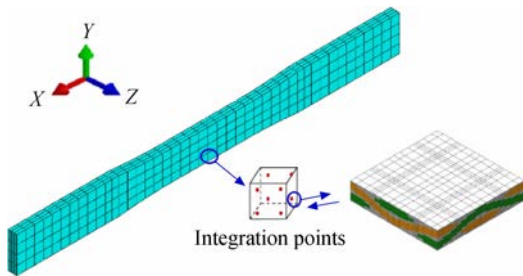


图 9 基于通用单胞模型的有限元多尺度模拟思路

Fig. 9 GMC-based finite element multiscale simulation

3.3 计算结果

图 10 为基于通用单胞模型的有限元法和传统的有限元法的前五阶振型计算结果对比,两者计算结果相吻合,在悬挂状态下该试验件的前五阶振型依次为 Z 向一弯、Z 向二弯、Y 向一弯、X 向一扭、Z 向三弯。表 2 是前五阶固有频率预测结果与试验结果的对比,采用本文的建立的通用

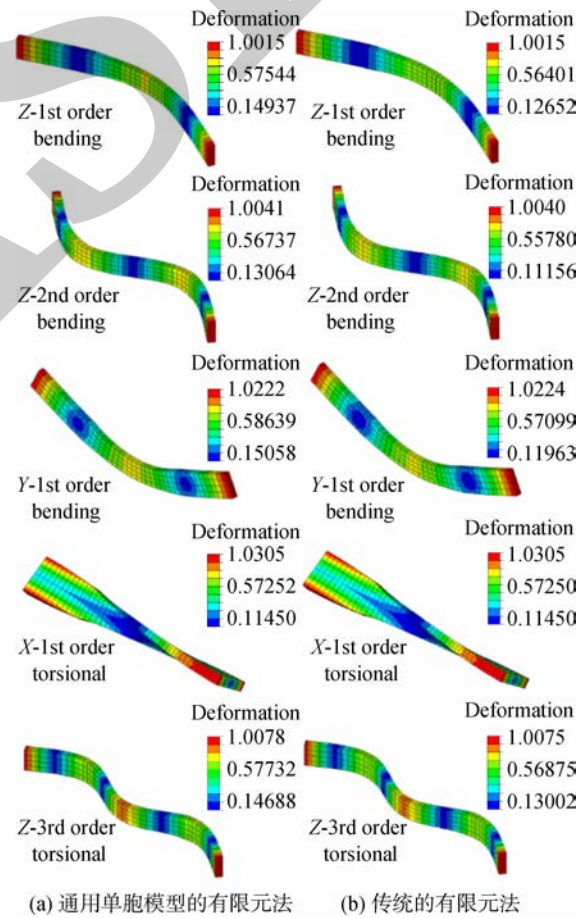


图 10 基于通用单胞模型的有限元法和传统的有限元法的前五阶振型计算结果对比

Fig. 10 First five vibration modes calculated by GMC-based finite element and traditional finite element method

表 2 前五阶固有频率预测结果与试验结果的对比
Table 2 Comparison of predicted and experimental first five order natural frequencies

固有频率阶次	频率/Hz		
	试验结果 ^[12]	通用单胞模型	传统有限元单胞模型
1	1745.7	1712.6	1695.9
2	4893.6	4763.1	4738.3
3	5683.7	5674.5	5733.4
4	9474.6	9032.8	9126.7
5	9547.6	9296.2	9189.1

单胞模型预测得到的前三阶以及第五阶固有频率较传统有限元方法得到的结果的精度有了明显的提升,第四阶的预测结果与传统有限元方法得到的结果相当。本文得到的前五阶固有频率预测值与试验值的相对误差均在 5% 以内。

4 结 论

本文发展了一种二维编织复合材料的通用单胞模型,并进行了模型验证和多尺度算例分析,计算结果表明:

- 1) 本文所建立的通用单胞模型与试验结果以及传统有限元方法的计算结果基本吻合,模型的准确性得到了验证。
- 2) 本文所建立的通用单胞模型用于二维平纹编织复合材料模态分析的多尺度有限元计算的预测精度,较传统的有限元计算结果有了明显的提升。
- 3) 本文方法的优势在于可以基于通用单胞模型开展多尺度模拟,进而研究宏细观力学响应的相互关联。

参考文献:

[1] FRANK K. K O. 3-D textile reinforcements in composite materials[M]. [s. n.]: Woodhead Publishing, 1999.

[2] CHABOCHE J L, MAIRE J F. A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's[J]. Aerospace Science and Technology, 2002, 6(2): 131-145.

[3] LI Jun, JIAO Guiqiong, WANG Bo, et al. Damage characteristics and constitutive modeling of the 2D C/SiC composite; Part I experiment and analysis[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(6): 1586-1597.

[4] LI Jun, JIAO Guiqiong, WANG Bo, et al. Damage characteristics and constitutive modeling of the 2D C/SiC composite; Part II material model and numerical implementa-

tion[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 314-326.

[5] ISMAR H, SCHRÖTER F, STREICHER F. Modeling and numerical simulation of the mechanical behavior of woven SiC/SiC regarding a three-dimensional unit cell[J]. Computational Materials Science, 2000, 19(1): 320-328.

[6] LOMOV S V, IVANOV D S, VERPOEST I, et al. Meso-FE modelling of textile composites: road map, data flow and algorithms[J]. Composites Science and Technology, 2007, 67(9): 1870-1891.

[7] 卢子兴, 夏彪, 王成禹. 三维六向编织复合材料渐进损伤模拟及强度预测[J]. 复合材料学报, 2013, 30(5): 166-173.

LU Zixing, XIA Biao, WANG Chengyu. Progressive damage simulation and strength prediction of three-dimensional and six-directional braided composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2013, 30(5): 166-173. (in Chinese)

[8] 方国东. 三维四向碳/环氧编织复合材料积累损伤及失效分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.

FANG Guodong. Progressive damage and failure analysis of 3D four-step carbon/epoxy braided composites [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)

[9] 孔春元, 孙志刚, 高希光, 等. 2.5 维 C/SiC 复合材料单胞模型及刚度预测[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2459-2467.

KONG Chunyuan, SUN Zhigang, GAO Xiguang, et al. Unit cell of 2.5 dimension C/SiC and its stiffness prediction [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2459-2467. (in Chinese)

[10] ABOUDI J. The generalized method of cells and high-fidelity generalized method of cells micromechanical models: a review[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2004, 11(4/5): 329-366.

[11] 张超, 许希武, 许晓静. 三维多向编织复合材料宏细观力学性能有限元分析研究进展[J]. 复合材料学报, 2015, 32(5): 1241-1251.

ZHANG Chao, XU Xiwu, XU Xiaojing. Research progress in finite element analysis on macro-meso mechanical properties of 3D multi-directional braided composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015, 32(5): 1241-1251. (in Chinese)

[12] 胡殿印, 曾雨琪, 张龙, 等. 二维编织 SiC/SiC 陶瓷基复合材料宏观弹性常数预测及模态试验研究[J]. 推进技术, 2018, 39(2): 465-472.

HU Dianyin, ZENG Yuqi, ZHANG Long, et al. Effective elastic constants prediction and modal test of 2D braided SiC/SiC ceramic matrix composites[J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(2): 465-472. (in Chinese)

[13] MACEDO R Q D, FERREIRA R T L, GUEDES J M, et al. Intraply failure criterion for unidirectional fiber reinforced composites by means of asymptotic homogenization [J]. Composite Structures, 2016, 159: 335-349.

[14] 巩龙东, 申秀丽. 细观周期性结构复合材料热固耦合双尺

度渐进均匀化分析方法及有限单元法实现[J]. 推进技术, 2016, 37(1): 18-24.

GONG Longdong, SHEN Xiuli. Thermal-elastic two-scale asymptotic analysis method for micro periodic composites and implementation utilizing finite element method[J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(1): 18-24. (in Chinese)

[15] ABOUDI J. Micromechanical analysis of composites by the method of cells[J]. Applied Mechanics Reviews, 1989, 42(7): 193-221.

[16] BEDNARCYK B A, ARNOLD S M. Aboudi's micromechanics theories applied to multiscale analysis of composites[M]. [s. n.]: Springer, 2009.

[17] ARNOLD S M, BEDNARCYK B, ABOUDI J. Comparison of the computational efficiency of the original versus reformulated high-fidelity generalized method of cells[R]. NASA/TM-2004-213438, 2004.

[18] BEDNARCYK B A, ARNOLD S M. Modeling woven polymer matrix composites with MAC/GMC[R]. NASA/CR-2000-210370, 2000.

[19] BEDNARCYK B A, PINDER A M. Micromechanical modeling of woven metal matrix composites[R]. NASA-CR-204153, 1997.

[20] ARNOLD S M, BEDNARCYK B A, HUSSAIN A, et al. Micromechanics-based structural analysis (FEAMAC) and multiscale visualization within Abaqus/CAE environment [R]. NASA/TM-2010-216336, 2010.

[21] NEMETH N N, MITAL S K, MURTHY P L, et al. Stochastic-strength-based damage simulation of ceramic matrix composite laminates[R]. NASA/TM-2016-219115, 2016.

[22] NEMETH N N, BEDNARCYK B A, PINEDA E J, et al. Stochastic-strength-based damage simulation tool for ceramic matrix and polymer matrix composite structures [R]. NASA/TM-2016-219113, 2016.

[23] 高希光. 陶瓷基复合材料损伤耦合的宏观统一本构模型研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.

GAO Xiguang. The damage coupled macro- and micro- constitutive models for ceramic matrix composites [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)

[24] 孙志刚. 复合材料高精度宏-细观统一本构模型及其应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2005.

SUN Zhigang. Research on a high-fidelity unified macro- and micro-mechanics constitutive model and its applications for composites [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)

[25] MOGHADDAM M G, ACHUTHAN A, BEDNARCYK B A, et al. A multi-scale computational model using generalized method of cells (GMC) homogenization for multiphase single crystal metals [J]. Computational Materials Science, 2015, 96: 44-55.

[26] HERAKOVICH C T, BAXTER S C. Influence of pore geometry on the effective response of porous media [J]. Journal of Materials Science, 1999, 34(7): 1595-1609.

[27] NILAKANTAN G, KEEFE M, BOGETTI T A, et al. On the finite element analysis of woven fabric impact using multiscale modeling techniques [J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, 47(17): 2300-2315.

[28] SHEN X, GONG L. RVE model with porosity for 2D woven CVI SiC_f/SiC composites [J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 2016, 25(12): 5138-5144.

(编辑: 陈 越)